Математический анализ (1-й семестр)

для факультета фундаментальной физико-химической инженерии

Предварительная программа курса
(*лектор — доц., к.ф.-м.н. Т. В. Родионов*)

осень-2018

- Основные логические и теоретико-множественные понятия и обозначения, отображения множеств.

- Доказательство по индукции. Неравенство Бернулли. Модуль, знак, максимум, минимум.

- Промежутки и окрестности на действительной прямой $\mathbb{R}$ и расширенной числовой прямой $\overline{\mathbb{R}}$. Верхние и нижние грани числовых множеств, супремум и инфимум. Принцип полноты Вейерштрасса.

- Числовые функции на $\mathbb{R}$. Непрерывность функции в точке. Предел функции.

- Бесконечно малые функции, их сравнение ($\sim$, O и o). Бесконечно большие функции. Асимптотическое поведение, асимптоты.

- Предельный переход в неравенстве, теорема о зажатой переменной. Первый замечательный предел: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

- Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

- Подпоследовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса. Частичные пределы последовательности. Верхний и нижний пределы.

- Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

- Показательная функция. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Связанные с ними замечательные пределы.

- Односторонние пределы и односторонняя непрерывность функции. Точки разрыва функций.

- Глобальные свойства непрерывных функций (на отрезке): ограниченность, достижение супремума и инфимума множества своих значений, теорема о промежуточных значениях.

- Производная функции в точке. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной.

- Дифференцирование композиции функций, обратной функции, параметрически заданной функции. Производные высших порядков.

- Локальный экстремум. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума. Дифференциальные теоремы о среднем: теоремы Лагранжа, Ролля, Коши. Условия монотонности и строгой монотонности функции.

- Выпуклость дифференцируемой функции, точка перегиба. Достаточное условие выпуклости.

- Правило Лопиталя для неопределённостей вида $0/0$ и вида ∞/∞. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

- Первообразная и неопределённый интеграл. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределённом интеграле.

- Числовой ряд, его сходимость и сумма. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости.

- Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признак сравнения. Признак Даламбера и Коши. Сходимость рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^p}$ при различных $p \in \mathbb{R}$.

- Абсолютная сходимость и условная сходимость ряда. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле.

Основная литература

[1] Виноградова И. А., Олехник С. Н., Садовничий В. А. **Математический анализ в задачах и упражнениях: В 3-х т. Том 1**: Дифференц. и интегр. исчисление (Существ. перераб. изд.) — М.: МЦНМО, 2017. — 412 с. (ISBN 978-5-4439-1120-5)

[2] Гаврилов В. И., Макаров Ю Н., Чирский В. Г. Математический анализ: учебное пособие. — М.: “Академия”, 2013. — 336 с. (ISBN 978-5-7695-6910-4)

[3] Власов В. В. и др. Задачи и упражнения по матем. анализу и диффер. уравнениям (2-е изд.) — М.: БИНОМ, 2010. — 376 с. (ISBN 978-5-9963-0308-3)

[4] Ивашев-Мусатов О. С. Начала математического анализа: учебное пособие (7-е изд., исправл.). — СПб: “Лань”, 2009. — 256 с. (ISBN 978-5-8114-0888-7)

[..] Учебники по матем.анализу Зорича, Кудрявцева, Фихтенгольца, Ильина – Куркиной, Ильина – Садовничего – Сендова, Архипова – Садовничего – Чубарикова, ...

Математический анализ (2-ой семестр)

(для факультета фундаментальной физико-химической инженерии)

Предварительная программа курса[1]

(*лектор — доц., к.ф.-м.н. Т. В. Родионов*)

весна-2019

1. Числовой ряд, его члены, частичные суммы, остатки. Сходимость ряда, его сумма. Необходимое условие сходимости ряда. Линейность суммы ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Примеры сходящихся и расходящихся рядов: $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$, $\sum\limits_{k=0}^{\infty} q^k$ $(q \in \mathbb{R})$, $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$.

2. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признак сравнения. Признак Даламбера, *признак Даламбера в предельной форме. Признак Коши в двух формах.* Примеры рядов, сходимость или расходимость которых не может быть установлена с помощью признаков Даламбера и Коши. Пример, показывающий, что признак Коши сильнее признака Даламбера.

3. Признак сравнения в предельной форме (метод выделения главной части). *Критерий сходимости ряда с монотонной последовательностью членов.* Сходимость рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ при различных $p \in \mathbb{R}$.

4. Абсолютная сходимость ряда и его условная сходимость. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. *Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле*; существенность условия монотонности в них. *Перестановки членов абсолютно и условно сходящихся рядов.*

\# Определённый интеграл Римана, его геометрический смысл и свойства. Критерий Дарбу. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.

\# Формула Ньютона – Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Интегрирование по частям и замена переменной.

\# Ряд Тейлора. Интегральный признак сходимости ряда.

\# Несобственный интеграл: определение, свойства, признаки сходимости.

\# Интегралы Дирихле и Эйлера – Пуассона. Г- и В-функции.

\# Геометрические и физические приложения определённого интеграла.

[1]Пункты 1–4 выносятся на теоретическую часть 1-ой контрольной работы; *в них курсив означает необязательность знания соответствующих доказательств.* Пункты с # выносятся на коллоквиум.

- Евклидово пространство $\mathbb{R}^n$. Неравенства Коши – Буняковского – Шварца, треугольника, Гёльдера и Минковского.
- Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества. Компактные множества. Непрерывные отображения.
- Непрерывность и предел функций нескольких переменных ($f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$).
- Дифференцируемость функций нескольких переменных, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Частные производные, дифференциал, градиент, производные по направлениям.
- Дифференцирование сложных функций. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
- Теорема о неявной функции; нахождение её частных производных и дифференциалов.
- Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточные условия экстремума.
- Условный экстремум. Множители и функция Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой области.
- Дифференцируемые отображения из $\mathbb{R}^m$ в $\mathbb{R}^n$. Матрица Якоби. Теорема о неявном отображении.

Основная литература

[1] Виноградова И. А., Олехник С. Н., Садовничий В. А. **Математический анализ в задачах и упражнениях: В 3-х т. Том 1**: Дифференц. и интегр. исчисление (Существ. перераб. изд.) — М.: МЦНМО, 2017. — 412 с. (ISBN 978-5-4439-1120-5)

[1a] —"—**. Том 2**: Ряды и несобственные интегралы. — М.: МЦНМО, 2018. — 480 с. (ISBN 978-5-4439-1121-2)

[2] Гаврилов В. И., Макаров Ю Н., Чирский В. Г. Математический анализ: учебное пособие. — М.: "Академия", 2013. — 336 с. (ISBN 978-5-7695-6910-4)

[3] Власов В. В. и др. Задачи и упражнения по матем. анализу и диффер. уравнениям (2-е изд.) — М.: БИНОМ, 2010. — 376 с. (ISBN 978-5-9963-0308-3)

[4] Ивашев-Мусатов О. С. Начала математического анализа: учебное пособие (7-е изд., исправл.). — СПб: "Лань", 2009. — 256 с. (ISBN 978-5-8114-0888-7)

[..] Учебники по матем.анализу Зорича, Кудрявцева, Фихтенгольца, Ильина – Куркиной, Ильина – Садовничего – Сендова, Архипова – Садовничего – Чубарикова, ...