Таблица 1

Время (мин)	Температура (°С)
0	
0,5	
1	
1,5	
2	
2,5	
…	

Таблица 2

Температура солидуса (°С)	
$\Delta S_{крист}$ (Дж/°К)	
$\Delta S_{тв}$ (Дж/°К)	

Лабораторная работа УКЛО-2В-4 N 13

Измерение коэффициента внутреннего трения воздуха и средней длины свободного пробега молекул воздуха

1 Цель работы:

Изучение внутреннего трения воздуха.

2. Теоретические основы работы

Явления переноса, *к* которым относятся вязкость (или внутреннее трение), теплопроводность и диффузия, возникают при нарушении равновесия в системе. Если равновесие газа нарушено тем, что одной из его частей сообщена скорость течения, отличная от скорости течения соседних частей, то происходит перенос импульса (количества движения) от быстро движущихся к медленно движущимся частям газа. Указанное явление называется внутренний трением, или вязкостью.

Причиной выравнивания скорости течения газа является тепловое движение его частиц. Опыт показывает, что восстановление равновесия, происходит медленнее, чем можно было бы ожидать, исходя из больших скоростей тепловых молекулярных движений. Это происходит из-за того, что в явлениях установления равновесия важную роль играют не только скорости движения молекул, но и столкновения между ними, препятствующие свободному движению молекул.

Изменение направления движения молекул на заметный угол под действием другой молекулы называется столкновением молекул.

При рассмотрении столкновений между молекулами будем их уподоблять твердым упругим шарам, которые за исключением момента столкновения не взаимодействуют, не подвергаются действию каких-либо сил и движутся поэтому прямолинейно. В момент столкновения направление скорости молекулы изменяется, после чего она снова движется прямолинейно.

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется эффективным диаметром d молекулы. Эта величина несколько уменьшается с увеличением скорости молекул, т.е. с повышением температуры. За время между двумя последовательными соударениями молекулы газа проходят среднее расстояние λ, которое называется средней длиной свободного пробега:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot n} \qquad (1)$$

где n - число молекул в единице объема.

Как видно из формулы (1), средняя длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна их числу в единице объема, а следовательно, его давлению:

С повышением температуры средняя длина свободного пробега растет, поскольку величина λ~1/р убывает с ростом температуры.

За секунду молекула пробегает расстояние, равное ее средней скорости. Следовательно, среднее число столкновений молекулы за секунду будет

$$z = \frac{\bar{v}}{\lambda} \qquad (2)$$

Где $\bar{v}$ -среднеарифметическая скорость молекул:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \qquad (3)$$

Здесь R = 8,31 Дж/(моль*К) - универсальная газовая постоянная, Т- абсолютная температура, μ- молярная масса газа.

Рис. 1. К выводу формулы для коэффициента вязкости

Количественно перенос импульса может быть описан следующим образом. Пусть изменение скорости происходит в направлении оси x перпендикулярном к направлению движения газа (рис.1). Скорость v является функцией только x.

Опыт показывает, что количество движения K, переносимое за 1с через 1 м^2 сечения, перпендикулярного к оси x, определяется уравнением:

$$K = -\eta \cdot \frac{dv}{dx} \qquad (4)$$

Где dv/dx -градиент скорости вдоль оси x, характеризующий быстроту изменения скорости вдоль этой оси. Знак минус означает, что импульс переносится в направлении уменьшения скорости.

Коэффициент η называется коэффициентом вязкости или коэффициентом внутреннего трения газа. Иногда коэффициент η, определенный уравнением (4), называет коэффициентом динамической вязкости, в отличии от коэффициента кинематической вязкости, равного отношению η/ρ , где ρ - плотность газа.

Физический смысл коэффициента вязкости заключается в том, что он численно равен количеству движения, которое переносится за единицу времени (1 с) через площадку в 1 $м^2$ при градиенте скорости (в направлении перпендикулярном площадке), равном единице (1 м/с на 1 м длины). Значит, коэффициент вязкости измеряется в единицах кг/(м*с). При переносе импульса от слоя к слою происходит изменение импульса этих слоев. Это значит, что на каждый из слоев действует сила, равная изменению импульса в единицу времени (второй закон Ньютона). Ведь K в уравнении (4) - это перенос импульса в единицу времени. Следовательно, вязкость приводит к тому, что любой слой газа, движущийся относительно соседнего, испытывает действие некоторой силы. Сила эта есть не что иное, как сила трения между слоями газа, движущимися с различными скоростями. Отсюда и название внутреннее трение. Поэтому вышенаписанное уравнение можно представить в виде

$$F = -\eta \cdot \frac{dv}{dx} \qquad (5)$$

где F - сила, действующая на единицу площади поверхности, разделяющей два соседних слоя газа. Коэффициент вязкости численно равен силе, действующей на единицу площади при градиенте скорости, равном единице.

Если газ течет с некоторой скоростью v, то это значит, что все его молекулы обладают этой же скоростью сверх скорости теплового движения. Каждая молекула имеет импульс mv, направленный в одном направлении для всех молекул. Скорость течения газа значительно меньше средней скорости теплового движения его молекул. Рассмотрим площадку S, параллельную скорости течения газа (рис. 1). Пусть скорость течения газа убывает в

направлении оси x, т.е. скорость течения справа от площадки меньше, чем слева от неё. Благодаря обмену молекулами между слоями газа (обмен происходит из-за тепловых движений) это различие уменьшается. Молекулы справа от S замещаются другими молекулами, пришедшими слева, имеющими большую скорость, и, следовательно, больший импульс. При столкновении этих молекул с молекулами, находящимися до этого справа от S, большая скорость распределится между всеми молекулами справа, после чего скорость течения этого слоя, а следовательно, и импульс, станут больше, в то время как скорость и импульс слоя газа слева от S уменьшатся.

Величина потока импульса K, переносимого за единицу времени через единицу площади площадки S, определится разностью импульсов K_1 и K_2, переносимых молекулами, пересекающими площадку S слева и справа. Импульс K_1 переносимый молекулами слева направо, равен произведению импульса отдельной молекулы на число молекул, пересекающих единицу площади в единицу времени. Для того, чтобы найти число этих молекул, упрощенно представим, что молекулы движутся вдоль взаимно перпендикулярных осей ox, oy, oz со скоростью v хаотического движения, много большей скорости упорядоченного движения. Поскольку направления движения равновероятны, то одна треть всех молекул движется вдоль оси x, причем половина из них - в положительном, направлении. Следовательно, искомое число молекул равно $1/6 \cdot n \cdot \bar{v}$.

Импульс отдельной молекулы, который она переносит, пересекая площадку S, - это тот импульс, которым молекула обладала при последнем столкновении перед площадкой, т.е. на расстоянии порядка средней длины свободного пробега λ. от площадки.

Если скорость течения газа на расстоянии λ слева от S равна v' то импульс молекулы, связанный с течением газа, равен mV (где m-масса молекулы). Таким образом,

$$K_1 = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot m \cdot v' \qquad (6)$$

Соответственно для молекул, пересекающих площадку, S справа,

$$K_2 = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot m \cdot v'' \qquad (7)$$

где v'' "- скорость течения газа на расстоянии λ справа от S. Результирующий поток импульса К через единицу площадки за 1с равен

$$K = K_1 - K_2 = \frac{1}{6} \cdot m \cdot n \cdot \overline{v \cdot (v' - v'')}, \qquad (8)$$

где $v' - v''$ разность скоростей течения газа в точках, отстоящих друг от друга на расстоянии 2λ, т.е.

$$v' - v'' = \frac{-2\lambda \cdot dv}{dx} \qquad (9)$$

откуда

$$K = -\frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \lambda = -\frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot \lambda, \qquad (10)$$

Сравнивая это выражение с (1.4), получаем выражение для коэффициента вязкости:

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \lambda = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot \lambda \qquad (11)$$

Отсюда видно, что коэффициент вязкости не должен зависеть от давления, так как .произведение p*λ не зависит от давления. Однако он зависит от температуры, так как в выражение для η входит $\bar{v}$, зависящая от температуры по закону $\sqrt{T}$ (3).

В действительности вязкость растет быстрее чем $\sqrt{T}$. Это связано с тем, что с повышением температуры не только растет тепловая скорость молекул, но и уменьшается эффективный диаметр молекулы d и поэтому растет длина свободного пробега.

В данной работе определяется коэффициент вязкости воздуха. Для этого воздух продувается с небольшой скоростью через длинный тонкий капилляр, у которого радиус r много меньше его длины L. Тогда на некотором расстоянии от входа в капилляр устанавливается ламинарное течение, при котором воздух движется слоями, которые скользят относительно друг друга, не перемешиваясь. Скорость воздуха в каждой точке направлена вдоль оси канала (т.е. вихри внутри капилляра отсутствуют).

Для поддержания постоянного течения жидкости в трубе необходимо наличие между концами трубы разности давлений. При установившемся течении жидкость движется без ускорения. Поэтому силы давления должны уравновешиваться силами внутреннего трения на границе со стенкой трубы и на границе между слоями. Более медленные слои стремятся замедлить движение более быстрого слоя, действуя на него силой, направленной против течения.

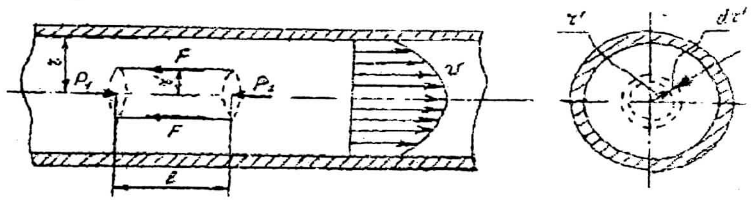

Рис. 1.2. К выводу формулы Пуазейля

Рассмотрим вычисление объема воздуха, протекающего через трубы радиуса r и длины L при некоторой разности давлений на концах трубы. Скорость течения жидкости в

разных точках ее поперечного сечения различна. Благодаря силам внутреннего трения наибольшая скорость течения будет в центре трубы, а у стенок она равна пулю (рис. 2).
Для решения задачи необходимо знать изменение скорости течения газа в зависимости от расстояния от оси трубы.
Выделим внутри трубы газа воображаемый цилиндрический объем радиуса r' и длины 1 с осью, совпадающей с осью трубы (рис 2). При стационарном течении этот объем движется без ускорения. Сила давления на этот объем $(P_1 - P_2)\,\pi r^2$, действующая в направлении течения газа уравновешивается силой внутреннего трения F, действующей со стороны наружных слоев газа. Эта сила определяется по формуле Ньютона:

$$F = -\eta \cdot \frac{dv}{dr' \cdot S} \qquad (12)$$

где $S = 2\pi r' l$ - площадь боковой поверхности цилиндра.
Поскольку скорость газа вследствие трения убывает с увеличением расстояния от оси до канала, то величина dv/dr' - отрицательна.
Таким образом, в силу стационарности я равномерности движения слоев газа

$$\Delta P \cdot \pi \cdot r'^2 = -\eta \cdot \frac{dv}{dr'} \cdot 2\pi \cdot r' \cdot l \qquad (13)$$

Где $\Delta P = P_1 - P_2$.
Откуда, разделив переменные, получим уравнение

$$dv = -\frac{\Delta P}{2\eta \cdot l} \cdot r' \cdot dr' \qquad (14)$$

интегрирование которого дает

$$v = -\frac{\Delta P}{4\eta \cdot l} \cdot r'^2 + C \qquad (15)$$

Постоянная интегрирования выбирается с учетом условия, что при r' = r, v = 0 . Это условие выполняется при

$$C = \frac{\Delta P}{4\eta \cdot l} \cdot r^2$$

Подстановка этого значения в (15) приводит к формуле

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta \cdot l} \cdot \left(r^2 - r'^2\right) \qquad (16)$$

Формула (16) представляет собой закон распределения скорости течения газа по сечению трубы. Если считать, что на всем сечении трубы падение давления на единицу длины трубы постоянно (ΔP/l =const), то скорость частиц газа будет распределяться по параболическому закону

$$v = K \cdot \left(r^2 - r'^2\right), \text{ где } K = \frac{\Delta P}{4\eta \cdot l}$$

Вершина параболы лежит на оси трубы.
Вычислим объемный расход газа, т.е. объем газа, протекающий за единицу времени через поперечное сечение канала. Для этого подсчитаем объемный расход газа через кольцевое сечение радиуса r' и толщины dr' (рис. 2), в пределах которого скорость течения газа можно считать постоянной:

$$dQ = v \cdot dS = \frac{\Delta P}{4\eta \cdot l} \cdot \left(r^2 - r'^2\right) \cdot 2\pi \cdot r' \cdot dr' \qquad (17)$$

Объемный расход газа Q будет

$$Q = \frac{\pi \cdot \Delta P}{2 \cdot \eta \cdot l} \cdot \int_0^r \left(r^2 - r'^2\right) \cdot r' \cdot dr' \qquad (18)$$

Интегрируя, получаем формулу Пуазейля

$$Q = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot r^4}{8 \cdot Q \cdot l} \qquad (19)$$

Из формулы (19) видно, что количество вытекающего из трубы газа весьма сильно зависит от ее радиуса. Для турбулентного движения газа формула Пуазейля непригодна.

Измерив объемный расход Q, разность давлений воздуха на концах капилляра длиной L и радиусом r, рассчитываем коэффициент динамической вязкости воздуха η по формуле

$$\eta = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot r^4}{8 \cdot Q \cdot L} \qquad (20)$$

3. Описание установки

1. На передней панели (рис.3) расположены: клапан К1 (1) перепуска воды из вспомогательного бачка в мерную емкость (6), клапан К2 (2) напуска воздуха в мерную емкость для перепуска воды из этой емкости во вспомогательную, водяной U-манометр (3), уровнемер с измерительными шкалами (4), капилляр (5) и тумблер «КОМПРЕССОР»(12) включения микрокомпрессора с индикацией.

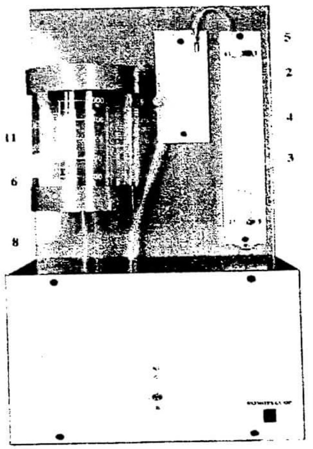

Рис.3

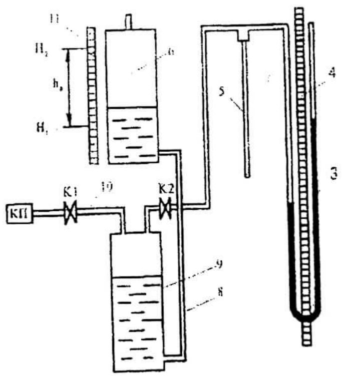

Рис. 4

2. Схема установки (рис.4) включает капилляр (5), соединенный одним концом через систему пневмопровода с мерной емкостью (6) и U-манометром (3). Другой конец капилляра сообщается с атмосферой. Мерная емкость соединена трубкой (8) со вспомогательным сосудом (9), в котором находится вода. С помощью трубки (10) бачок (9) соединен с микрокомпрессором. При закрытом клапане К2 и открытом клапане К1 вода из вспомогательной емкости (9) через трубку перетекает в мерную емкость (6). При закрытом клапане К1 и открытом клапане К2 вода вытесняет воздух из вспомогательной емкости через капилляр в атмосферу. Так как сечение капилляра мало, то возникает разность давлений воздуха на его концах, которая измеряется водяным U-манометром. С помощью секундомера измеряется время истечения заданного объема воздуха из мерной емкости и указанный объем с помощью уровнемера (11). Для повторения опыта закрывают клапан К2 и, включив компрессор, открывают клапан К1. При этом вода перетекает из вспомогательной емкости (9) в мерную емкость (6). Уровень воды в мерной емкости определяется по уровнемеру (11).

Поскольку разность давлений на концах капилляра в момент включения секундомера и в момент его выключения различна, то необходимо взять среднюю разность давлений за время проведения опыта.

4. Выполнение работы

1) Включите электропитание микрокомпрессора тумблером «компрессор».
2) Откройте кран К1 и установите уровень воды в мерной

емкости на отметке 150 мм. Закройте кран К1.

3) Откройте кран К2 и в момент прохождения уровня воды мерной емкости нижней отметки уровнемера H_1 включите секундомер и произведите отсчет разности уровней жидкости в водяном U-манометре.

В момент прохождения уровня воды в мерной емкости H_2 выключите секундомер и произведите отчет разности уровней жидкости в водяном U-манометре. Закройте кран К2

4) Повторите измерения по пунктам 2 и 3 для пяти значений объемного расхода воздуха Q. Результаты занесите в табл. 1.

5) Определите коэффициент вязкости воздуха по формуле (1.20) для каждого из пяти значений Q, после чего найдите среднее значение коэффициента вязкости η.

Таблица 1

№ измерения	Q, м³/с	ΔP, Па	η, кг/(м-с) (Па*с)
1			
2			
3			
4			
5			

6) Выключите установку.

Вычислите среднеарифметическую скорость теплового движения молекул воздуха по формуле (3), принимая μ равной $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и измерив предварительно температуру T в комнате.

7) Рассчитайте среднюю длину свободного пробега λ, пользуясь формулой (11), и среднее число столкновений молекулы в единицу времени Z. по формуле (2).

Значение плотности воздуха Р возьмите из таблицы 2, измерив предварительно давление Р в комнате.

Таблица 2

t, С	P кПа							
	ρ, кг/м							
	96	97	98	99	100	101	102	103
14	1.16	1.17	1,18	1,201	1,21	1,225	1,238	1,250
16	1,15	1,16	1,181	1,19	1,20	1,217	1,229	1,241
18	1,14	1,161	1,17	1,18	1,20	1,209	1,221	1,232
20	1,141	1,15	1,16	1,17	1,18	1,200	1,212	1,224
22	1,13	1,14	1,15	1,16	1,18	1,192	1,204	1,216
24	1,12	1,13	1,14	1,161	1,17	1,184	1,196	1,208
26	1,11	1,13	1,141	1,15	1,16	1,17	1,188	1,200

9) Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов P = nkT, где

k - постоянная Больцмана, равна $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Вычислите концентрацию молекул воздуха n, после чего, пользуясь формулой (1), определите эффективный диаметр молекулы d.

10) Результаты расчетов v, Z, n и d занесите в таблицу 3.

Таблица 3

Т,К	Р, Па	v, м/с	*λ, м*	Z,с⁻¹	n, м⁻³	d , м

5 Контрольные вопросы

1)Расскажите о физической сущности явления внутреннего трения в газах.

2)Каков физический смысл коэффициента вязкости?

3)Как зависит коэффициент вязкости от давления и температуры газа?

4) В чем заключается капиллярный метод определения коэффициента вязкости?

5) Получите формулу Пуазейля.

6) Дайте определение средней длины свободного пробега молекул газа. Что влияет на ее величину?
7) Как рассчитывались величины v, Z, n, d? От каких параметров они зависят?
8) Почему при строительстве газопроводов используют трубы большого диаметра, а не увеличивают давление транспортируемого газа.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс физики, т.3.-М: Астрель, 2005, - 282 с. (§§ 7.1 – 7.5).

Лабораторная работа УКЛО 2В-5
«Физические основы вакуума»

1. Цель работы

Изучение состояния газов при давлениях ниже атмосферного, методов получения таких давлений, исследование диффузии молекул воздуха из атмосферы в вакуум.

2. Теоретические основы работы.

Вакуум [1] в переводе с латинского ***vacuum*** - «пустота» означает состояние разреженного газа при давлениях ниже атмосферного.

В настоящей работе с помощью специального откачивающего устройства создается давление воздуха внутри замкнутого объема ниже атмосферного, с помощью специальных датчиков измеряется его величина, а также с помощью специального капилляра осуществляется возможность диффузии атмосферного воздуха внутрь откачанного объема.

Естественно, что в процессе откачки, т.е. при удалении газа (в нашем случае воздуха), из замкнутого объема, его состояние отличается от равновесного и в нем возникают явления, называемые явлениями п е р е н о с а.

Основными величинами, характеризующими вакуум, являются давление газа и число Кнудсена

$$K_n = \frac{\overline{\lambda}}{d},$$