

Занятие 7. Явления переноса

ЦЕЛЬ: ознакомиться с явлениями переноса и условиями их протекания; определить коэффициенты переноса и сравнить их с рассчитанными на основе молекулярно-кинетической теории.

Явления переноса – это процессы установления равновесия в системе путём переноса массы (диффузия), энергии (теплопроводность) и импульса молекул (внутреннее трение или динамическая вязкость).

Эти явления происходят в неравновесном состоянии, т.е. при наличии в системе градиентов плотности $d\rho/dx$, температуры dT/dx и скорости частиц du/dx , и обусловлены тепловым движением молекул.

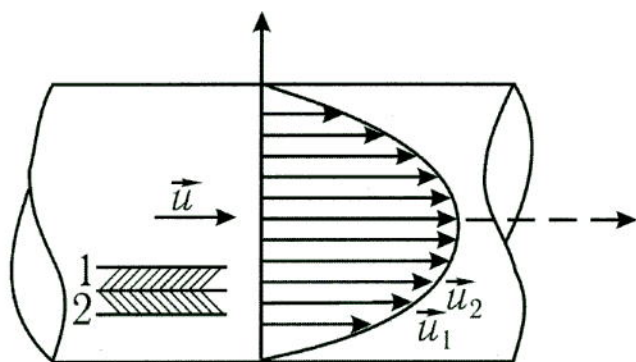


Рис. 1

В явлении вязкости наблюдается перенос импульса от более быстрых участков потока к менее быстрым. При течении газа или жидкости, например внутри трубы, скорости слоев различны: их распределение при ламинарном течении показано на рис. 1 (длина стрелки показывает скорость данного слоя). Причиной этого является хаотическое тепловое движение молекул, при котором они непрерывно переходят из слоя в слой и в соударениях с другими молекулами обмениваются импульсами. Так, молекулы второго слоя, попадая в слой 1, переносят свой импульс направленного движения $m_0\bar{u}_2$, а в слой 2 приходят молекулы с меньшим импульсом $m_0\bar{u}_1$. В результате второй слой тормозится, а первый – ускоряется. Опыт показывает, что импульс dp , передаваемый от слоя к слою через поверхность S , пропорционален градиенту скорости du/dx , площади S и времени переноса dt :

$$dp = -\eta \frac{du}{dx} S dt .$$

В результате между слоями возникает сила внутреннего трения (закон Ньютона)

$$F = \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = \eta \frac{du}{dx} S, \quad (1)$$

где η – коэффициент вязкости среды.

Для идеального газа коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{1}{3} \lambda v \rho. \quad (2)$$

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}, \quad (3)$$

где $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана,
 d – эффективный диаметр молекул (для воздуха $d \cong 4 \cdot 10^{-10}$ м),
 T, P – температура и давление газа.

Средняя скорость теплового движения молекул

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (4)$$

где $R=8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная,
 M – масса одного моля газа (для воздуха $M=28,9$ г/моль).

Плотность газа согласно уравнению состояния идеального газа

$$\rho = \frac{PM}{RT}. \quad (5)$$

При ламинарном течении через трубу круглого сечения радиусом r (капилляр) и длиной L за время t протекает газ или жидкость, объём V которых определяется по формуле Пуазейля:

$$V = \frac{1}{\eta} \frac{\pi r^4}{8L} \Delta P \cdot t, \quad (6)$$

где ΔP – разность давлений на концах капилляра.

Поток тепла dQ/dt , переносимый через поверхность S , нормальную потоку, зависит от градиента температуры dT/dx в направлении переноса (закон Фурье):

$$q = \frac{dQ}{dt} = -\lambda S \frac{dT}{dx}, \quad (7)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, для идеального газа

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \lambda v c_V. \quad (8)$$

Здесь $c_V=iR/2M$ – удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении,
 i – число степеней свободы молекулы газа.

Работа № 10. Изучение вязкости воздуха

ЦЕЛЬ: определение коэффициента вязкости воздуха и исследование зависимости объёма воздуха, протекающего через капилляр, от его размеров.

ОБОРУДОВАНИЕ: набор капилляров, стеклянный баллон, насос, манометр, барометр, секундомер.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка состоит из баллона Б, жидкостного манометра М и набора капилляров (1–5), соединенных с баллоном кранами (K_1 – K_5). Давление воздуха в баллоне до необходимого можно повысить с помощью компрессора при открытом кране К и закрытых кранах (K_1 – K_5) и K_0 . Кран K_0 используется для практически мгновенного выпуска воздуха из баллона.

В установках капилляры соединены либо параллельно различного сечения (рис. 1), либо последовательно (рис. 2) одинакового сечения. Если при закрытых кранах К и K_0 открыть кран K_1 (при закрытых кранах K_2 – K_5), то воздух из баллона будет вытекать через первый капилляр. Если открыть кран K_2 (при закрытых кранах K_1 , K_3 , K_4 и K_5), то воздух будет вытекать через второй капилляр и т.д.

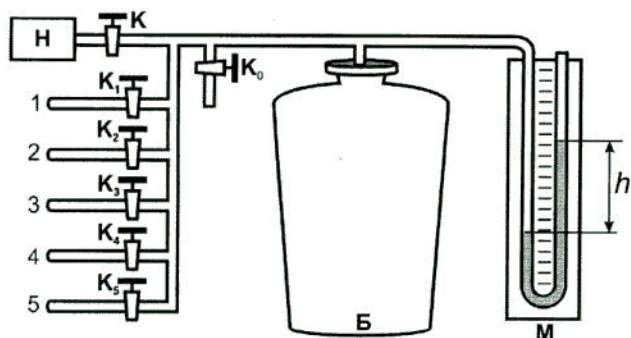


Рис.1

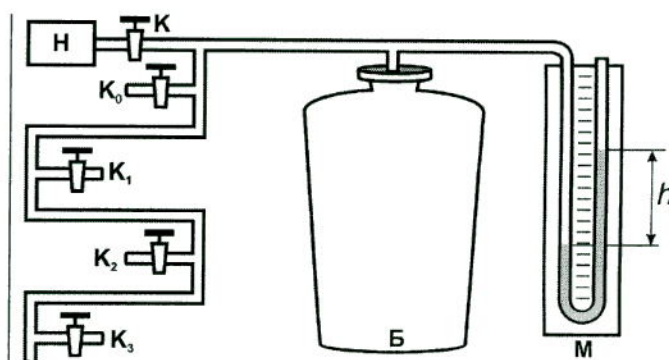


Рис.2

В установке другого типа (рис. 2) при открытом кране K_1 воздух вытекает через первый капилляр, при открытом кране K_2 воздух вытекает через два последовательно соединенных капилляра 1 и 2, что эквивалентно вытеканию воздуха через капилляр длиной, равной сумме длин двух капилляров $l_1 + l_2$.

А если открыть кран K_5 , то воздух будет вытекать через последовательно соединенные 5 капилляров или капилляр, имеющий длину $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5$.

Примечание: сечение соединительных трубок много больше сечения капилляра и их сопротивление практически равно нулю, т.к. сопротивление пропорционально r^4 (формула Пуазейля 6).

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Если в баллоне создать избыточное над атмосферным P_0 давление $\Delta P = P - P_0 = \rho_{ж}gh$ ($\rho_{ж}$ – плотность жидкости в манометре, h – разность уровней жидкости) и соединить капилляр с атмосферой, то за время dt через капилляр вытечет некоторое количество воздуха, масса которого

$$dm = \rho dV, \quad (14)$$

где ρ – плотность воздуха в капилляре, зависящая (см. формулу (5)) от давления воздуха, dV – объём вышедшего воздуха.

Давление воздуха в капилляре изменяется от P_0 до $P_0 + \rho gh$, но так, как $\rho gh \ll P_0$, то с достаточной точностью можно принять давление воздуха в капилляре равным атмосферному P_0 . Тогда плотность воздуха (из уравнения Менделеева–Клапейрона)

$$\rho = \frac{P_0 M}{RT}. \quad (15)$$

Объём воздуха dV , прошедшего через капилляр за время dt , описывается формулой Пуазейля (6):

$$dV = \frac{\pi r^4}{8\eta L} \Delta P \cdot dt = \frac{\pi r^4}{8\eta L} \rho_{ж}gh \cdot dt, \quad (16)$$

а масса воздуха, вытекающего из баллона, с учётом формул (15) и (16)

$$dm = \rho dV = \frac{P_0 M \pi r^4}{8RT\eta L} \cdot \rho_{ж}gh dt. \quad (17)$$

Из уравнения состояния идеального газа выразим изменение массы газа dm в баллоне через уменьшение давления в нём.

Так как $dP = \rho_{ж}gdh$, то

$$dm = \frac{MV_0}{RT} dP = \frac{MV_0}{RT} \cdot \rho_{ж}g dh. \quad (18)$$

Исключая dm из уравнения (17) и (18), получаем

$$-\frac{dh}{h} = \frac{P_0 \pi r^4}{V_0 8L\eta} \cdot dt. \quad (19)$$

Решая это дифференциальное уравнение при условии, что за время опыта давление в баллоне уменьшится от $\rho_{ж}gh_0$ до $\rho_{ж}gh$, получаем

$$\ln h = \ln h_0 - \frac{\pi r^4 P_0}{8L\eta V_0} t. \quad (20)$$

Таким образом, формула (20) связывает разность давлений h на концах капилляра с временем t истечения воздуха, его вязкостью η и размерами капилляра r и L .

Задание 1. Экспериментальная проверка расчётной формулы

1. Запишите в табл.1 величину атмосферного давления P_0 и параметры установки: радиус r и длину L одного из капилляров, объём баллона V_0 .

Примечание: В установках, где капилляры соединены параллельно, желательно выбрать капилляр с наименьшим сечением.

В установках, где капилляры соединены последовательно, желательно провести эксперимент со всеми последовательно соединёнными капиллярами.

2. При всех закрытых кранах, открыв кран K , накачайте в баллон воздух до избыточного давления 200...250 мм водяного столба. Закройте кран K .

3. Выждав 1–2 мин, пока не установится постоянное давление в баллоне, откройте кран K_1 (именно тот, который сообщает выбранный вами капилляр с атмосферой) и одновременно включите секундомер.

4. После того, как давление уменьшится на $\Delta h=20$ мм водяного столба, закройте кран K_2 и одновременно выключите секундомер. Запишите в табл. 1 остаточное значение h и время t .

5. Повторите измерения ещё несколько раз, увеличивая значение Δh на 20...30 мм по сравнению с предыдущим. Начальное давление h_0 каждый раз задавайте одно и то же. Результаты вносите в табл. 1.

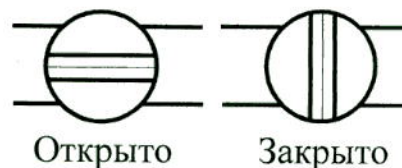


Рис. 3.

Таблица 1

| h , мм | t , с | $\ln h/h_0$ | |
|----------|---------|-------------|---------------------------|
| | | | $V_0 = 0,021 \text{ м}^3$ |
| | | | $P_0 = \text{Па}$ |
| | | | $r = \text{мм}$ |
| | | | $L = \text{мм}$ |
| | | | $h_0 = \text{мм}$ |

6. Рассчитайте $\ln h/h_0$ и остройте график (см. рекомендации на с. 11–13) зависимости в координатах $\ln h/h_0 - t$ по полученному графику сделайте вывод о справедливости расчётной формулы (20).

7. Вычислите значение углового коэффициента K полученной на графике прямой (см. рекомендации на с. 13).

8. Используя найденное значение углового коэффициента, который согласно формуле (20) $K = \frac{\pi r^4 P_0}{8L\eta V_0}$, рассчитайте коэффициент вязкости воздуха η

для условий эксперимента. Оцените абсолютную и относительную погрешности измерений η , запишите результат в виде доверительного интервала.

9. Сравните его с табличным и сделайте вывод.

Задание 2. Определение коэффициента вязкости воздуха

1. Запишите в табл. 2 величину атмосферного давления P_0 и параметры установки: объём баллона V_0 , радиус r и длину L капилляра. (см. примечание к заданию № 1).

2. При всех закрытых кранах K_0 – K_5 откройте кран K и накачайте в баллон воздух до избыточного давления $h = 200 \dots 250$ мм водяного столба. Закройте кран K .

3. Выждите 1...2 минуты, пока установится постоянное давление в баллоне (разность уровней h перестанет изменяться), и откройте кран (K_1 – K_5) (именно тот, который сообщает выбранный вами капилляр с атмосферой). Воздух начнёт вытекать из баллона через капилляр.

4. Когда разность уровней воды в манометре снизится до выбранного начального h_0 , включите секундомер.

5. После того, как давление в баллоне уменьшится в 3-5 раза, закройте кран и одновременно выключите секундомер. Запишите в табл. 2 время опыта t и остаточное давление h в баллоне.

Таблица 2

| № п.п. | t, c | $h, мм$ | h_0/h | $\ln h_0/h$ | $V_0 = 0,021 м^3$ $P_0 = \quad Па$ $r = \quad мм$ $L = \quad мм$ $h_0 = \quad мм$ |
|--------|--------|---------|---------|-------------|---|
| 1 | | | | | |
| ... | | | | | |
| 5 | | | | | |
| Средн. | | | | | |

6. Повторите опыт ещё несколько раз, произвольно задавая время опыта.

7. Рассчитайте: h_0/h , $\ln(h_0/h)$, средние значения времени опыта, $\overline{\ln h_0/h}$ и по формуле (20) найдите величину η .

8. Оцените погрешность определения коэффициента вязкости, сравнив его с табличным значением. Сделайте вывод.

Задание 3. Исследование зависимости расхода воздуха через капилляр от длины капилляра

Опыт выполняется на установке, в которой капилляры соединены последовательно!

1. Внесите в табл. 3 параметры установки: объём V_0 , радиус капилляров r , длину L (одного, двух и т.д.) последовательно соединённых капилляров и атмосферное давление P_0 .

2. Закройте краны (K_1 – K_5) и K_0 . Откройте кран K , включите компрессор. Когда давление водяного баллона достигнет 200–250 мм водяного столба выключите насос и закройте кран K .

3. Откройте кран K_1 и включите секундомер.

4. Когда давление в баллоне уменьшится в 2 раза (станет скажем 100 мм водяного столба) выключите секундомер и одновременно закройте кран. В табл. 3

запишите показания секундомера и остаточное давление h в баллоне. Кроме того, занесите в таблицу начальное давление h_0 .

Примечание: Во всех последующих опытах начальные h_0 и конечные h давления должны быть точно такими же (их разброс будет определять систематическую ошибку опыта).

5. Повторите этот опыт еще дважды и найдите среднее значение t , за которое давление в баллоне меняется от h_0 до h .

6. Проведите аналогичные измерения (пп. 2–5) с двумя, тремя и т.п. последовательно соединенными капиллярами и занесите результаты в табл.3.

7. Постройте график зависимости времени t , соответствующего одинаковому расходу газа $h_0/h=2$, от длины капилляра L . По полученному графику сделайте вывод.

8. Вычислите угловой коэффициент K проведенной на графике прямой (см. рекомендации на с. 13).

Таблица 3

| № | L , м | t , с | $t_{\text{ср}}$, с | |
|---|---------|---------|---------------------|---|
| 1 | | | | $V_0 = 0,021 \text{ м}^3$ $P_0 = \quad \text{Па}$ $r = \quad \text{мм}$ $h_0 =$ $h =$ |
| | | | | |
| | | | | |
| 2 | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| 3 | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

9. Используя полученное значение углового коэффициента K , который согласно формуле (20)

$$K = \frac{8\eta V_0}{\pi r^4 P_0} \cdot \ln \frac{h_0}{h},$$

рассчитайте коэффициент вязкости воздуха η для условий эксперимента.

10. Оцените погрешность опыта, сравнив полученный результат с табличным.

Задание 4. Исследование зависимости расхода воздуха через капилляр от его радиуса

Опыт выполняется на установке, в которой капилляры соединены параллельно (см. рис. 1)!

1. Внесите в табл. 4 параметры установки: объем баллона V_0 , длину капилляра L , их радиусы и атмосферное давление P_0 .

2. Закройте краны (K_1-K_5) и K_0 . Откройте кран K , включите компрессор. Когда давление в баллоне достигнет 200...250 мм водяного столба, выключите компрессор и закройте кран K .

3. Выждав 1–2 мин, откройте кран K_1 . Когда установится стационарный режим течения воздуха через капилляр и избыточное давление в баллоне снизится до выбранного вами давления h_0 (скажем, 150 мм водяного столба), включите секундомер.

4. Когда давление в баллоне уменьшится в 3–5 раза (станет, скажем, 30 мм водяного столба) выключите секундомер и одновременно закройте кран K_1 . В табл. 4 запишите показания секундомера t , h_0 и h .

Примечание. Во всех последующих опытах **начальные h_0 и конечные h** давления должны быть **точно такими же** (их разброс будет определять систематическую погрешность опыта).

5. Повторите этот опыт еще дважды и найдите среднее значение t_1 .

6. Проведите аналогичные измерения (п.п. 2-5) для капилляров различного радиуса. Полученные результаты внесите в табл. 4.

Таблица 4

| № | r , м | t , с | $t_{\text{ср}}$, с | r^4 , м ⁴ | $1/r^4$, м ⁻⁴ | $r^{-4} t_{\text{ср}}$ | $V_6 = 0,021 \text{ м}^3$ $P_0 = \quad \text{Па}$ $r = \quad \text{мм}$ $h_0 =$ $h =$ |
|---|---------|---------|---------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |

7. Постройте график зависимости времени t , соответствующего одинаковому расходу $h_0/h = \text{const}$, от величины $1/r^4$ (почему выбраны эти координаты?) По полученному графику сделайте вывод.

8. Рассчитайте для каждого измерения произведение $r^4 t_{\text{ср}}$. Учитывая, что время t соответствует одинаковому расходу газа ($h_0/h = \text{const}$), сделайте вывод о влиянии величины r на расход газа.

9. Найдите среднее значение произведений $r^4 t$, которое согласно формуле

(20) для данного эксперимента
$$r^4 t = \frac{8LV_6}{\pi P_0} \cdot \pi \ln \frac{h_0}{h}.$$

Используя опытные данные, определите коэффициент вязкости воздуха в условиях эксперимента.

10. Оцените погрешность в определении η , сравнив опытное значение с табличным.

Контрольные вопросы

1. Чем обусловлено появление сил вязкости в идеальном газе?
2. Почему внутреннее трение называют явлением переноса?
3. Какая величина переносится при вязком течении газа?
4. Градиент какой величины определяет силу вязкости в газе? Что называют градиентом скорости?
5. По какой формуле можно рассчитать: а) импульс направленного движения, передаваемого от слоя к слою; б) силу вязкости в газе?
6. Какую силу называют силой вязкости? Чем определяется её величина?
7. От каких параметров газа зависит его коэффициент вязкости?
8. От каких величин зависит средняя длина свободного пробега молекул воздуха?
9. Как изменяются средняя длина свободного пробега молекул и коэффициент вязкости воздуха при его переходе из баллона в атмосферу в условиях опыта?
10. От каких параметров газа зависит средняя скорость хаотического теплового движения его молекул? По какой формуле её рассчитывают?
11. Какую разность давлений измеряют в работе жидкостным манометром?
12. Какова примерная величина давления воздуха в капилляре в течение опыта? Измерения каких величин в данной работе являются: а) прямыми; б) косвенными?