

### Занятие 3. Закон динамики вращательного движения

ЦЕЛЬ: изучение закона динамики вращательного движения, графическое представление и обработка результатов измерений.

Основные кинематические и динамические параметры вращательного движения:

$\varphi$  – угловой путь, или угол поворота;

$\omega = d\varphi / dt$  – модуль угловой скорости тела;

$\alpha = d\omega / dt$  – модуль углового ускорения тела.

Для произвольной точки вращающегося тела, расположенной на расстоянии  $r$  от оси вращения, модуль линейной скорости

$$v = \omega r \quad (1)$$

и модуль тангенциального ускорения

$$a_{\tau} = \alpha r. \quad (2)$$

Модуль момента силы  $\vec{T}$  натяжения нити, намотанной на шкив радиуса  $r$ ,

$$M = rT. \quad (3)$$

Модуль момента импульса  $\vec{L}$  материальной точки массы  $m$ , которая движется со скоростью  $v$ , на расстоянии  $r$  от оси вращения:

$$L = mvr. \quad (4)$$

Для тела с моментом инерции  $I$ , вращающегося со скоростью  $\omega$ , модуль момента импульса

$$L = I\omega. \quad (5)$$

Момент инерции материальной точки массы  $m$ , удалённой от оси вращения на расстояние  $r$ ,  $I = mr^2$ .

Момент инерции тела относительно выбранной оси равен сумме моментов инерции всех  $N$  точек тела:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (6)$$

Закон динамики вращательного движения

$$d\vec{L} = \vec{M} dt \quad \text{или} \quad d(I\bar{\omega} / dt) = \sum_1^n \vec{M}_i. \quad (7)$$

Если момент инерции вращающегося тела остаётся постоянным, то закон динамики принимает вид

$$I\bar{\alpha} = \sum_1^n \vec{M}_i. \quad (8)$$

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение величины углового ускорения.
2. Что называют моментом силы?
3. Что такое момент импульса тела?
4. Какая величина является моментом инерции материальной точки?
5. Чему равен момент инерции тела?
6. В каких единицах измеряют угловое ускорение, момент силы, момент инерции, момент импульса?
7. Сформулируйте закон динамики вращательного движения.
8. Запишите закон динамики вращательного движения для случая, когда момент инерции вращающегося тела не изменяется.
9. Для каких целей используются графики?
10. Из каких соображений выбирают для графика размер осей?
11. Что указывают на осях графика?
12. Как выбирают границы интервалов на графиках?
13. Как выбирают масштаб числовых осей графика? Как его указывают?
14. Как проводят экспериментальную кривую на графике?
15. Через какую точку необходимо провести прямую на графике, если зависимость линейная?
16. Как определяют угловой коэффициент линейной зависимости?
17. Как находят случайную погрешность углового коэффициента?
18. Какие источники случайной погрешности приводят к "разбросу" точек на графиках при изучении движения?

### Работа № 3. Изучение закона динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека

**ЦЕЛЬ:** получить экспериментальную зависимость углового ускорения от момента силы и определить момент инерции маятника динамическим методом.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** маятник Обербека, секундомер, штангенциркуль, линейка, набор грузов.

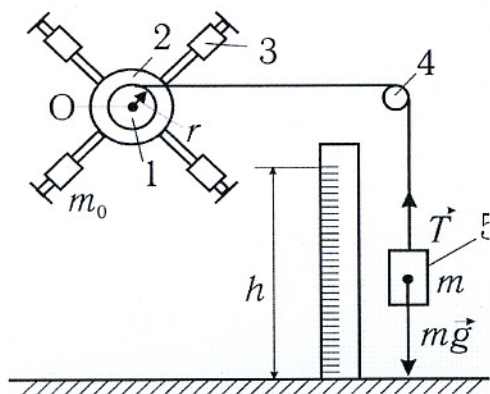


Рис. 1

#### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Основной частью установки является крестообразный маятник, который может вращаться с малым трением вокруг оси O (см. рисунок).

По стержням крестовины могут перемещаться подвижные цилиндры 3 массой  $m_0$ . На одной оси с крестовиной насажены шкивы 1 и 2 разного радиуса  $r$ . К концу нити, намотанной на один из шкивов и перекинутой через невесомый блок 4, прикрепляется груз 5 массой  $m$ , приводящий маятник во вращательное движение. Время про-

хождения грузом расстояния  $h$  измеряют секундомером. Маятник в исходном положении удерживается электромагнитом, при нажатии клавиши "Пуск" секундомера электромагнит отключается, груз начинает двигаться и одновременно включается секундомер. Счёт времени заканчивается при достижении грузом нижнего положения. Для того, чтобы секундомер сработал, необходимо установке с помощью винтов в основании платформы придать такое положение, при котором груз опускался бы точно в отмеченный круг. В этот круг вмонтирован датчик, выключающий секундомер.

Расстояние  $h$  отмечается по линейке, установленной в верхней части установки, на которой указывается расстояние груза в начальном положении от основания установки.

#### ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Приняв, что нить невесома, нерастяжима, считаем движение грузов равноускоренным. Ускорение груза  $a$  определяют, измерив время его движения и пройденный путь  $h$ :

$$a = 2h/t^2. \quad (9)$$

Угловое ускорение маятника  $\alpha$  выразим через линейное ускорение и радиус шкива  $r$ :

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2}. \quad (10)$$

Силу натяжения нити  $T$  можно определить, применив к движению груза массой  $m$  закон Ньютона (пренебрегая при этом сопротивлением воздуха):

$$T = m(g - a) \cong mg,$$

так как обычно  $a \ll g$ .

Таким образом, измерив для груза массой  $m$  время  $t$  прохождения им расстояния  $h$ , можно рассчитать угловое ускорение  $\alpha$  (формула 10) маятника и определить момент силы, действующий на маятник:

$$M = Tr = mgr. \quad (11)$$

При вращении маятника на него действует также тормозящий момент сил трения  $M_{\text{тр}}$ , и поэтому закон динамики (2.8) принимает вид

$$I\alpha = M - M_{\text{тр}}. \quad (12)$$

Это уравнение позволяет найти момент инерции блока  $I$  динамическим методом, измерив ряд величин  $\alpha$  и  $M$ . Для более точного определения величины  $I$  в опыте получают зависимость  $\alpha = f(M)$ , линейный характер которой (при  $M_{\text{тр}} = \text{const}$ ) позволяет рассчитать среднее значение  $I$  по угловому коэффициенту опытной прямой.

### З а д а н и е 1. Изучение закона вращения маятника

1. Определите массу грузов  $m$ , установите центры подвижных цилиндров  $m_0$  на одинаковом расстоянии  $l$  от оси вращения и измерьте радиусы шкивов  $r_1$  и  $r_2$ . Результаты запишите в табл. 1.

Таблица 1

		$h =$		$M,$	
$r, \text{ мм}$	№	$m, \text{ г}$	$t, \text{ с}$	$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$\alpha, \text{ с}^{-2}$
$r_1 =$	1				
	2				
	3				
	4				
$r_2 =$	5				
	6				
	7				
	8				
Координаты средней точки					

3. Прикрепите к нити один из грузов  $m$ . Вращая маятник, намотайте нить на малый шкив  $r_1$  в один слой и включите электромагнит красной кнопкой, расположенной в верхней части установки. Запишите расстояние  $h$ , проходимое грузом при падении. Убедитесь, что нить и груз во время движения не задевают неподвижные части установки или другие предметы. Устраните качание груза и нажмите кнопку «Пуск» секундомера. Запишите время  $t$  движения груза до нижней точки.

4. С тем же шкивом, увеличивая массу груза  $m$  (не менее 4-х раз), запишите время  $t$  движения груза на пути  $h$ . Все результаты по мере их получения записывайте в табл. 1.

5. Аналогичные измерения проведите, используя шкив радиусом  $r_2$ .

6. Вычислите значения  $\alpha$  и  $M$  в каждом опыте по формулам (10, 11).

7. Используйте рекомендации из п.3.1, изобразите графически зависимость углового ускорения  $\alpha$  от момента силы  $M$ , нанеся точки для обоих шкивов на один график.

8. По графику определите среднее значение момента инерции маятника  $I = \Delta M / \Delta \alpha$ , рассчитав угловой коэффициент прямой.

9. По графику определите момент сил трения, сравните его с моментами, создаваемыми грузами, и сделайте вывод.

10. Рассчитайте относительную  $\delta_I$  и абсолютную  $\Delta_I$  погрешности момента инерции (см. указания из п. 3.3).

11. Запишите результат в виде доверительного интервала

$$I = I \pm \Delta_I; P = 1 - (1/2)^{N-1}$$

с доверительной вероятностью  $P$ , оценённой по формуле (4).

### З а д а н и е 2. Измерение динамическим методом момента инерции крестовины маятника

1. Закрепите подвижные цилиндры на максимальном и одинаковом расстоянии  $l$  от оси вращения. Прикрепите к нити груз массой  $m$ . Выберите для эксперимента один шкив, измерьте его радиус  $r$  и запишите в табл. 2 значения  $m$ ,  $r$  и  $h$ .

Таблица 2

$h =$ $m,$ $m =$ $кг,$ $r =$ $мм$				
№	$l, см$	$t, с$	$l^2, см^2$	$I, кг м^2$
1				
2				
...				
7				
	$\bar{l}$	$\bar{t}$	$\bar{l}^2$	$\bar{I}$

2. Вращая маятник, намотайте нить на шкив в один слой и измерьте время движения  $t$  (см. п. 3 задания 1).

3. Проведите ещё 6 опытов с тем же грузом  $m$ , уменьшая всякий раз на 1,5–2 см расстояние цилиндров  $l$  от оси вращения. Результаты измерений  $l$  и  $t$  вносите в табл. 2.

4. Вычислите для каждого опыта величины  $l^2$  и момент инерции маятника по формуле, полученной с учётом выражений (10), (11):

$$I = \frac{M}{\alpha} = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (13)$$

5. Постройте график зависимости момента инерции маятника  $I$  от  $l^2$  (см. рекомендации п. 3.1). Сделайте вывод о характере полученной зависимости  $I = f(l^2)$  с учётом того, что момент инерции маятника, у которого цилиндры приняты за материальные точки,

$$I = I_{\text{кр}} + 4m_0 l^2. \quad (14)$$

6. Определите с помощью графика (динамическим методом) момент инерции крестовины  $I_{\text{кр}}$ , которой согласно (14) равен параметру  $b$  линейной зависимости  $I = f(l^2)$ .
7. Рассчитайте массу подвешенных грузов  $m_0$ .
8. Сделайте выводы.

### Контрольные вопросы

1. Запишите закон динамики вращательного движения.
2. Какое вращение тела называют равноускоренным, каковы его условия?
3. Как направлены векторы  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{M}$  и момент импульса тела  $\vec{L}$ ?
4. От чего зависят: а) угловое ускорение маятника, б) момент инерции маятника, в) момент силы, действующий на маятник?
5. Какая зависимость лежит в основе динамического метода измерения момента инерции  $I$ ?
6. Какие величины определяют наклон прямой на графике  $\alpha = f(M)$ ?
7. Как в работе изменяют момент силы?
8. Какие величины в работе измеряют для определения величин  $\alpha$  и  $M$ ?
9. Как можно изменять момент инерции маятника в данной работе?

## **ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

1. Включить вилку «Секундомера» в розетку 220 в.
2. Включить клавишу «Сеть» на задней панели «Секундомера» (клавиша светится).
3. Установить груз на высоте , соответствующей диапазону линейки. Включить электромагнит ( кнопка в верхней части установки)
4. Устранить качение груза.
5. Измерить высоту подъема груза по линейке.
6. Нажать кнопку «пуск» на табло «Секундомера».
7. Записать время движения груза до нижней точки.
8. **Выключить «Секундомер».**

Примечание: груз должен опускаться на мишень, расположенную на поверхности основания.