

Система грузов может удерживаться в состоянии специальной фрикционной муфты, перемещаемой электромагнита.

Для измерения времени  $t_2$  равномерного движения фрикционной муфты прибор имеет электронный состав которого входят таймер и система управления. Включение электронного блока осуществляется клавиши «сеть». При нажатии на клавишу «брос» «обнуление» табло таймера. В исходном состоянии система мгновена посредством фрикционной муфты. Груз  $C$  установлен в исходное положение: его нижняя грань должна быть в горизонтальной черте на верхнем кронштейне  $G$ . При нажатии на клавишу «пуск» происходит освобождение системы (разрыв цепи питания электромагнита) и генерируется импульс, разрешение на включение таймера от импульса, который сработан фотоэлектрическим датчиком на среднем кронштейне  $F$  в момент снятия с груза  $C$  дополнительного грузика  $D$ . Импульс от нижнего фотоэлектрического датчика останавливает работу таймера; результат высвечивается на табло. При этом снова замыкается цепь электромагнита и система затормаживается фрикционной муфтой.

На машине Атвуда можно проверить законы равноускоренного движения и второй закон Ньютона, что и является целью работы. Пусть грузы  $C'$  и  $C$  проходят равноускоренно путь  $S_1$  (от кронштейна  $G$  до кронштейна  $F$ ) с ускорением  $a$  (формула (6)) в течение времени  $t_1$ , тогда

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2}, \quad (7)$$

а скорость в конце пути будет

$$v = at_1. \quad (8)$$

Тогда, если тела  $C'$  и  $C$  проходят затем равномерно (со скоростью  $v$ ) путь  $S_2$  (от кронштейна  $F$  до кронштейна  $E$ ) за время  $t_2$ , то

$$S_2 = vt_2, \quad (9)$$

и из уравнений (7) — (9) можно получить следующее соотношение:

$$a = \frac{S_2^2}{2S_1 t_2^2}. \quad (10)$$

Из уравнений (10) и (6) следует, что если величина массы перегрузки  $m_1$  постоянна, то величина ускорения  $a$  системы будет также неизменна при любых комбинациях величин  $S_1$  и  $S_2$ . Продвижение этого утверждения и определение величины  $a$  для заданного перегрузки и составляет содержание первого упражнения.

### Причина ускорения свободного падения

Из формулы (6) величина  $\alpha m_0$  позволяет проверить справедливость формулы (6) для случая различных значений перегрузок  $m_1$  и различных значениях  $S_1$  и  $S_2$ , что составляет содержание второго упражнения.

**Упражнение.** В первом упражнении определяется значение ускорения  $a$  для наиболее тяжелого перегрузка  $D$  (значение  $m_1$  не указана на перегрузке). Устанавливается не менее восьми различных комбинаций путей  $S_1$  и  $S_2$ , и для каждой комбинации не менее 5—6 раз определяется время  $t_2$  прохождения пути  $S_2$ . Для каждой комбинации определяется среднее значение  $t_2$ , а из (10) определяется  $a$ . Затем из всех комбинаций находится среднее значение  $a$ . Используя это среднее значение  $\bar{a}$ , из (11) находят значение  $\alpha m_0$ .

Во втором упражнении устанавливают фиксированные значения  $S_1$  и  $S_2$  и определяют значения ускорений  $a_i$  для различных значений массы перегрузка  $m_1$ . Для каждого перегрузка времени  $t_2$  определяется не менее 5—6 раз и вычисляется среднее его значение  $t_{2i}$ , которое используется для определения значения  $a_i$  по формуле (10). Полученное значение  $a_i$  сравнивается для каждого перегрузка со значением  $a_i$ , вычисленным по формуле (6), где в качестве  $\alpha m_0$  используется значение, полученное в первом упражнении.

**Литература:** [1] — § 8, 9; [2] — § 32, 33; [3] — § 89.

### Лабораторная работа 2

#### Изучение колебаний физического маятника

Физическим маятником является любое твердое тело, которое может совершать колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси в поле силы тяжести.

В данной работе в качестве физического маятника используется длинный однородный металлический стержень, имеющий легкую передвижную шайбу с опорными призмами, которая может закрепляться в любом месте стержня. Для определения положения закрепления опорных призм на стержень нанесена шкала (см. рис. 8.2). Период колебания изучаемого маятника определяется формулой (см. Введение, (8.12) — 8.18)).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + ma^2}{amg}}, \quad (1)$$

где  $J_0$  — момент инерции маятника относительно центра масс (см. (8.1)),  $a$  — расстояние от центра масс до точки подвеса,  $m$  — масса маятника.

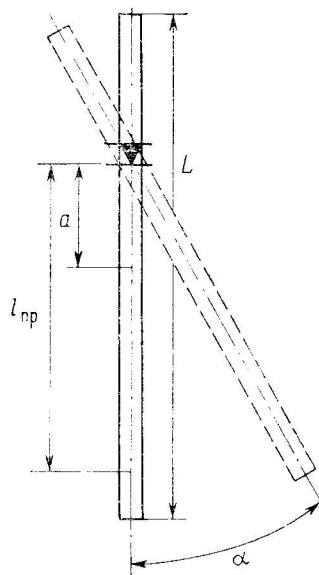


Рис. 8.2

Момент инерции однородного стержня относительно центра масс будет  $J_0 = mL^2/12 = ma_0^2$ , где  $a_0$  — радиус инерции, и вместо (1) можно записать

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L^2}{12ag} + \frac{a}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a^2}{ag}}. \quad (2)$$

Нашему физическому маятнику можно сопоставить такой математический маятник, чтобы их периоды совпадали. При этом (см. введение) длина математического маятника равна приведенной ниже длине  $l_{\text{пр}}$  физического маятника, причем

$$l_{\text{пр}} = \frac{a_0^2 + a^2}{a} = \frac{a_0^2}{a} + a, \quad (3)$$

а период его будет равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}. \quad (4)$$

Точка физического маятника, расположенная на расстоянии  $l_{\text{пр}}$  от точки подвеса на прямой, проходящей через центр тяжести,

называется центром качания. Центр качания и точка подвеса взаимно обратны, т. е. если их поменять местами, период колебания физического маятника не изменится.

Как видно из (4), величина периода колебаний исследуемого маятника определяется величиной  $l_{\text{пр}}$ , которая (3) является сложной функцией  $a$ . Из анализа этой функции на экстремумы следует, что ее минимум будет при  $a=a_0$  ( $(l_{\text{пр}})_{\min} \rightarrow 2ad$ ), а максимум будет при  $a \rightarrow 0$  ( $(l_{\text{пр}}) \rightarrow \infty$ ). При  $a=0$  маятник будет находиться в состоянии безразличного равновесия.

Рассмотренная теория физического маятника является приближенной. В ней сделан ряд допущений, которые нуждаются в дополнительном анализе.

Первое из них заключается в использовании приближения малых амплитуд, т. е.  $\sin a \approx a$ . Если использовать следующий член в разложении  $\sin a = a - (1/3)a^3 + \dots$ , то период колебания маятника будет зависеть от амплитуды. Заранее указать величину амплитуды, при которой можно пользоваться линейным приближением (8.14), невозможно, так как критерий выбора зависит от точности метода измерения периода.

Второе допущение заключается в пренебрежении в (8.14) моментом сил трения. В правомочности такого допущения можно убедиться, оценив декремент затухания маятника (см. гл. XII). Действительно, для установок, используемых в лабораторной работе, маятник совершает более  $N=100$  колебаний, пока его амплитуда не уменьшится в  $e$  ( $\sim 3$ ) раз. В этом случае относительное изменение периода колебаний за счет сил трения будет  $\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{1}{4\pi^2 N^2} \approx 10^{-6}$ , и этой величиной можно пренебречь.

Третье допущение заключается в пренебрежении массой подвижной шайбы с опорными призмами по сравнению с массой самого стержня. Учет этой массы приводит к тому, что центр тяжести маятника не будет совпадать с геометрическим центром стержня и его положение будет меняться при изменении точки подвеса  $a$ . Правомочность этого допущения проверяется экспериментально по отклонению полученных результатов от результатов, рассчитанных по приведенной выше упрощенной теории.

**Измерения.** 1. Опорную призму укрепляют на конце маятника на крайнем делении шкалы. Устанавливают диапазон амплитуд, в пределах которого период колебания маятника можно считать независимым от амплитуды. Для этого отклоняют маятник примерно на  $15^\circ$  и измеряют при помощи фотоэлектрической системы период его колебания. Затем постепенно уменьшают амплитуду до тех пор, пока измеряемые периоды колебаний перестанут отличаться друг от друга в пределах случайных ошибок эксперимента.

2. Исследование зависимости периода колебаний  $T$  от величины  $a$ . После получения экспериментальной зависимости строят график зависимости  $a \cdot T^2$  от величины  $a^2$ . Методом наименьших

квадратов аппроксимируют полученную зависимость прямой линии и находят из графика величины  $a_0^2$  и  $4\pi^2 a_0^2/g$ . Вычисляют значение  $a_0$  и сравнивают его с определенным из непосредственных измерений  $a_0 = L/\sqrt{12}$ . Вычисляют значение  $g$  и сравнивают его с табличным значением.

3. Для 2—3 значений  $a$  вычисляют значение  $l_{\text{пр}}$  и на опыте проверяют обратимость точки подвеса и точки качания.

*Литература:* [1] — § 21, 34; [2] — § 41; [3] — § 90.

### Лабораторная работа 3

#### Определение ускорения свободного падения при помощи оборотного маятника (метод Бесселя)

Точное измерение периода колебаний любого физического маятника позволяет в принципе определить ускорение свободного падения  $g$  в любой точке земного шара. Эти методы определения  $g$  основаны на зависимости периода колебаний  $T$  от  $g$  по формуле (см. Введение (8.12) — (8.18))

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + ma^2}{mga}}, \quad (1)$$

где  $T$  — период колебания маятника,  $J$  — момент инерции маятника относительно точки подвеса маятника,  $J_0$  — момент инерции маятника относительно центра масс (см. теорему Гюйгенса—Штейнера),  $a$  — расстояние от центра масс до точки подвеса,  $m$  — масса маятника.

Если использование произвольных физических маятников удобно для определения вариаций  $g$ , т. е. нахождения отношений значений  $g$  в различных точках поля тяготения, то при определении самого значения  $g$  возникает трудность точного определения момента инерции маятника.

Это затруднение исключено в методе оборотного маятника, в котором из расчетных формул исключается величина момента инерции маятника  $J_0$ .

Этот метод основан на известном свойстве двух точек физического маятника, точки подвеса и точки качания, при последовательном подвешивании маятника в которых его период остается неизменным. Расстояние между этими точками определяется приведенной длиной физического маятника  $l_{\text{пр}}$ .

Таким образом, если у физического маятника найдены две со пряженные точки, когда периоды колебаний на них  $T_1$  и  $T_2$  точно совпадают, то для определения  $g$  необходимо точно измерить  $T_0 = T_1 = T_2$  и  $l_{\text{пр}}$ , равное расстоянию между этими точками

$$g = \frac{4\pi^2}{T_0^2} l_{\text{пр}}. \quad (2)$$

Однако экспериментально найти эти точки с необходимой точностью достаточно сложно, и практически всегда  $T_1 \neq T_2$ .

В этом случае

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + ma_1^2}{mga_1}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + ma_2^2}{mga_2}}. \quad (3)$$

Из (3) легко получить

$$T_1^2 ga_1 - T_2^2 ga_2 = 4\pi^2 (a_1^2 - a_2^2),$$

откуда

$$g = 4\pi^2 \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2} = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2}, \quad (4)$$

где  $L = a_1 + a_2$ , а

$$T_0^2 = \frac{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2}{a_1 - a_2} = T_1^2 + \frac{a_2}{a_1 - a_2} (T_1^2 - T_2^2). \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что ошибка в измерении  $g$  будет минимальной, тогда  $T_1$  и  $T_2$  близки друг к другу, а значения  $a_1$  и  $a_2$  существенно отличаются друг от друга.

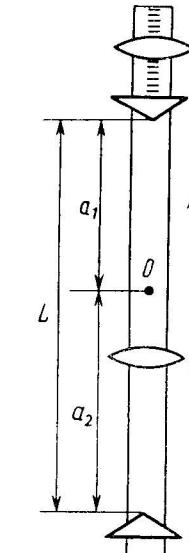


Рис. 8.3

В данной работе используется оборотный маятник, изображенный на рис. 8.3. На металлическом стержне  $A$  опорные призмы  $B$  жестко закреплены и не перемещаются. Расстояние между ними