Работа № 7. **Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного и математического маятников**

ЦЕЛЬ: ознакомиться с закономерностями колебаний математического и физического маятника и с одним из способов определения ускорения свободного падения.

ОБОРУДОВАНИЕ: оборотный (физический) и математический маятник, секундомер.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

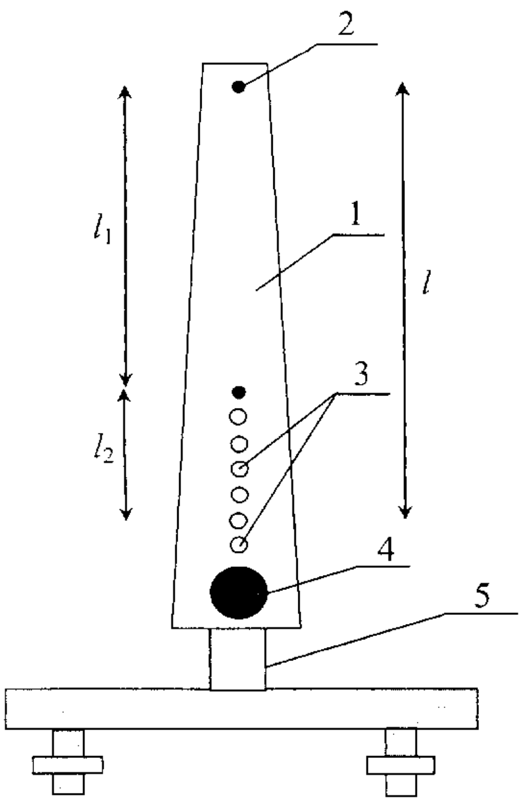

Рис. 1

Математический маятник – материальная точка, подвешенная на нерастяжимой нити. Достаточно хорошее приближение – массивный шарик, подвешенный на длинном стальном подвесе.

Физический маятник – любое тело, имеющее ось вращения не проходящую через центр его масс. В нашем случае это стальная полоса 1 переменного сечения, на протяжении которого имеется несколько отверстий, с помощью которых маятник крепят на ось вращения. На одном конце имеется отверстие 2, а на другом ряд отверстий 3, расположенных на равном расстоянии друг от друга. Это позволяет получать физический маятник с различными периодами колебаний. Изменить положение центра масс маятника можно с помощью дополнительного груза 4.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

В большинстве методов измерения ускорения свободного падения g используется зависимость периода T колебаний маятника от величины g, так как период колебаний можно измерить с высокой точностью.

Для математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}\,, \qquad (1)$$

где l – длина маятника.

Оборотный маятник является физическим, и период его колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{I / mg\, l_c} = 2\pi\sqrt{\left(I_c + m l_c^2\right) / mg l_c}\,, \qquad (2)$$

где I – момент инерции маятника относительно точки подвеса,

I_c – момент инерции относительно центра масс,

m – масса маятника,

l_c – расстояние от центра масс маятника до точки подвеса.

Для физического маятника не удаётся измерить с той же точностью, как период T, необходимые для расчёта g величины I, l_c. Поэтому разработан метод, позволяющий с помощью оборотного маятника исключить эти величины из расчётной формулы (и в том его достоинство). Допустим, что удалось найти такое положение осей вращения, что периоды колебаний маятника относительно этих осей совпадают: $T_1=T_2=T_o$. Тогда с учётом формулы (2) получим:

$$T_o^2 = 4\pi^2\left(I_c + m l_1^2\right)/ mgl_1; \qquad T_o^2 = 4\pi^2\left(I_c + m l_2^2\right)/ mgl_2\,. \qquad (3)$$

Здесь l_1 и l_2 – расстояния от первой и второй осей до центра масс маятника, а их сумма $l_1+l_2=l_o$ есть расстояние между осями, которое можно измерить достаточно точно.

Исключая из уравнений (3) величину I_c, получаем расчётную формулу для ускорения g:

$$g = \frac{4\pi^2 l_o}{T_o^2}\,. \qquad (4)$$

Этот метод позволяет с высокой точностью определить величину g, если найти такое расположение осей на стержне, при котором периоды колебаний маятника совпадают (T не изменяется при смене оси, поэтому маятник и называется оборотным).

З а д а н и е 1. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

1. Приведите маятник в движение, отклонив его на 5…10° от положения равновесия. Измерьте время пяти полных колебаний. Запишите длину маятника.

Таблица 1

l, м	t, с	N	T, с

2. По формуле (1) рассчитайте ускорение свободного падения.

3. Оцените погрешность определения g, сравнив найденное значение с табличным для Челябинска (g=9,801 м/с^2).

З а д а н и е 2. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника

1. Повесьте маятник на отверстие (2), расположенное вблизи конца стержня.

2. Отклоните маятник на 5…10° от положения равновесия и отпустите. Измерив время t для N (**пяти**) колебаний, определите период T_1 колебаний. Результаты запишите в табл. 2.

Примечание. Если секундомер включается и выключается вручную, то измеряйте время десяти колебаний.

Таблица 2

t_1, с	T_1 , с	№	l, м	t_2, с	T_2 , с	
		1				N =
		2				
		3				
		4				
		5				l_o = см
		6				
		7				T_o = с
		8				
		9				
		10				
		11				
		12				
		13				

3. Снимите маятник и измерьте расстояние l между центрами отверстия (2) и крайним из отверстий (3).

4. Повесьте маятник на крайнее из отверстий 3. Измерьте время t_c для 5 (или 10) колебаний и определите период колебаний T_2.

5. Повторите измерение l и периода T_2 ещё несколько раз, перемещая ось каждый раз на 1 отверстие. Период колебаний T_1 при этом не изменяется. Чтобы убедиться в этом, проведите его измерение в конце опыта.

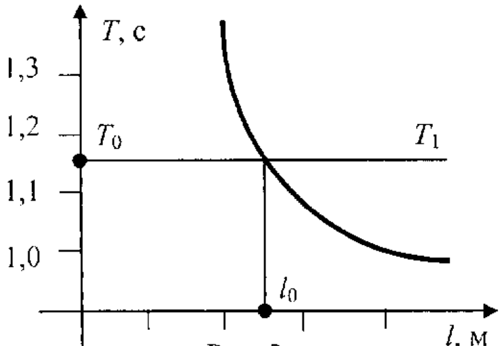

Рис. 2

6. Постройте график (рис. 2) зависимости периодов колебаний T_1 и T_2 от расстояния между осями. Определите координаты T_0 и l_0 точки пересечения графиков. l_0 и есть то самое расстояние между призмами, при котором периоды колебаний оборотного маятника вокруг осей, проходящих через первую и вторую призму, одинаковы, т. е. T_1=T_2=T_0.

7. Рассчитайте среднее значение g по формуле (4).

8. Оцените точность определения этого значения g, полагая, что для него относительная случайная погрешность согласно расчётной формуле (4) $\delta_g \cong \delta_{T_0}$. Точность же определения координаты точки пересечения двух линий определяется, как минимум, их толщиной h, а это означает, что δ_{T_o} равна отношению h к длине оси T.

9. Запишите результат в виде интервала, в котором $\Delta_g = g\delta_g$:

$$g = \bar{g} \pm \Delta_g .$$

10. Оцените отклонение найденной величины g от табличного значения для Челябинска (g=9,801 м/с^2); если оно заметно выше, чем найденная случайная погрешность Δ_g, укажите причины систематической погрешности.

12. В выводе сделайте анализ возможностей измерения различных физических величин с помощью механических колебаний.

Контрольные вопросы

1. Запишите уравнение колебаний физического и математического маятников: $x = f(t)$.
2. От каких величин зависят циклическая частота ω и период колебаний T физического и математического маятников?
3. Как изменяются момент инерции и период колебаний оборотного маятника при изменении оси вращения оборотного маятника?
4. Какие устройства в установке запускаются от фотоэлемента?
5. Из каких соображений рекомендуется отклонять маятники от положения равновесия на достаточно малый угол (4 … 5°)?
6. С какой целью в работе изменяют оси вращения оборотного маятника ?
7. По каким формулам определяют величину g с помощью математического и оборотного маятников?
8. Как в работе находят значение периода T_0, не изменяющееся при обращении маятника?
9. С какой целью строят графики $T = f(l)$ для оборотного маятника?
10. Какие величины определяют по этому графику?

Занятие 6. Статистические распределения

ЦЕЛЬ: исследовать законы распределения классической статистической физики с помощью механических и физических моделей.

Статистические закономерности применимы для систем, состоящих из большого числа частиц. Вероятность P_x появления того или иного значения x исследуемой величины – это отношение числа объектов N_x с заданным значением x к общему числу объектов N_o:

$$P_x = N_x / N_o. \quad (1)$$

Функция распределения величины, или закон распределения,

$$f(x) = \frac{dN_x}{N_o dx} = \frac{dP_x}{dx} - \quad (2)$$

это плотность вероятности, т.е. вероятность попадания величины x_i в единичный интервал значений вблизи данного x.

Функцией распределения молекул по скоростям называют величину

$$f(\mathrm{v}) = \frac{dN_\mathrm{v}}{N_o d\mathrm{v}}, \quad (3)$$

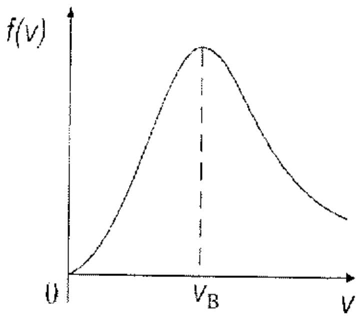

Рис. 1

где dN_v – число молекул, скорости которых лежат в интервале от v до v+dv. Закон распределения Максвелла для молекул идеального газа

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \mathrm{v}^2 e^{-\frac{m\mathrm{v}^2}{2kT}}, \quad (4)$$

где m – масса молекулы, k=1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура газа.

График этой функции показан на рис. 1.

Наиболее вероятная скорость $\mathrm{v}_в$ – это скорость молекул, соответствующая максимуму кривой f(v): $\mathrm{v}_в = (2kT/m)^{1/2}$.

Относительная скорость молекул u=v/v$_в$.

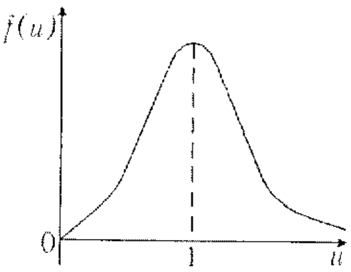

Рис. 2

Закон распределения Максвелла (6.4) как функция относительной скорости u имеет вид

$$f(u) = \frac{dN_u}{N_o du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}. \quad (5)$$

Здесь интервал du=dv/v$_в$. Как видно из уравнения (6.5), распределение молекул по относительным скоростям $f(u)$ не зависит от температуры газа и сорта молекул. График функции $f(u)$ приведён на рис. 2, а численные значения – в таблице.