

# Дифференциальные уравнения

## для факультета фундаментальной физико-химической инженерии

Программа коллоквиума

осень 2018 г.

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям: радиоактивный распад, тримолекулярная реакция, свободные и затухающие колебания.
2. Обыкновенное дифференциальное уравнение и связанные с ним общие понятия: частное и общее решение, интегральные кривые, частный и общий интеграл. Уравнение в нормальной форме, начальное условие, задача Коши. Уравнение с разделяющимися переменными.
3. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель, его нахождение в некоторых частных случаях.
4. Линейное уравнение первого порядка: линейность пространства решений, существование и единственность решения, метод вариации постоянной.
5. Уравнения Бернулли, его сведение к линейному уравнению. Уравнение Риккати, его сведение к уравнению Бернулли.
6. Уравнение, не разрешённое относительно производной-I: *теорема о существовании и единственности решения*, некоторые методы решения.
7. Уравнение, не разрешённое относительно производной-II: решение с помощью введения параметра, уравнения Клеро и Лагранжа.
8. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка: *теорема о существовании и единственности решения*. Линейность пространства решений однородного линейного уравнения, связь между общими решениями однородного и неоднородного уравнений.
9. Линейная зависимость и независимость функций, связь этих свойств с обращением в нуль определителя Вронского.
10. Однородное линейное уравнение: фундаментальная система решений и её существование, вид общего решения. *Единственность и явный вид линейного уравнения с данной фундаментальной системой решений*.
11. Однородное линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами: характеристический многочлен, фундаментальная система решений и общее решение в случае  $n$  различных корней *и в общем случае*.
12. *Лемма о производной вронскиана*. Формула Лиувилля–Остроградского и её применение к решению однородного линейного уравнения второго порядка. Линейные краевые задачи. *Теорема об альтернативе*.
13. Неоднородное линейное уравнение: вид общего решения, метод вариации постоянных (для уравнений второго *и  $n$ -го порядка*). Неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами: *вид частного решения в случае правой части — квазиполинома*.
14. Уравнение Эйлера: его сводимость к уравнению с постоянными коэффициентами, определяющий многочлен, нахождение фундаментальной системы решений.

---

Помимо знания материала, подробно описанного в пунктах программы, предполагается знание примеров к нему.

*Курсив означает необязательность знания соответствующих доказательств.*

# Дифференциальные уравнения

## для факультета фундаментальной физико-химической инженерии

Программа коллоквиума

осень 2018 г.

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям: радиоактивный распад, тримолекулярная реакция, свободные и затухающие колебания.
2. Обыкновенное дифференциальное уравнение и связанные с ним общие понятия: частное и общее решение, интегральные кривые, частный и общий интеграл. Уравнение в нормальной форме, начальное условие, задача Коши. Уравнение с разделяющимися переменными.
3. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель, его нахождение в некоторых частных случаях.
4. Линейное уравнение первого порядка: линейность пространства решений, существование и единственность решения, метод вариации постоянной.
5. Уравнения Бернулли, его сведение к линейному уравнению. Уравнение Риккати, его сведение к уравнению Бернулли.
6. Уравнение, не разрешённое относительно производной-I: *теорема о существовании и единственности решения*, некоторые методы решения.
7. Уравнение, не разрешённое относительно производной-II: решение с помощью введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро.
8. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка: *теорема о существовании и единственности решения*. Линейность пространства решений однородного линейного уравнения, связь между общими решениями однородного и неоднородного уравнений.
9. Линейная зависимость и независимость функций, связь этих свойств с обращением в нуль определителя Вронского.
10. Однородное линейное уравнение: фундаментальная система решений и её существование, вид общего решения. *Единственность и явный вид линейного уравнения с данной фундаментальной системой решений*.
11. Однородное линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами: характеристический многочлен, фундаментальная система решений и общее решение в случае  $n$  различных корней *и в общем случае*.
12. *Лемма о производной вронскиана*. Формула Лиувилля–Остроградского и её применение к решению однородного линейного уравнения второго порядка. Линейные краевые задачи. *Теорема об альтернативе*.
13. Неоднородное линейное уравнение: вид общего решения, метод вариации постоянных (для уравнений второго *и  $n$ -го порядка*). Неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами: *вид частного решения в случае правой части — квазиполинома*.
14. Уравнение Эйлера: его сводимость к уравнению с постоянными коэффициентами, определяющий многочлен, нахождение фундаментальной системы решений.

---

Помимо знания материала, подробно описанного в пунктах программы, предполагается знание примеров к нему.

*Курсив означает необязательность знания соответствующих доказательств.*